

ELEMENTOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA ESTÁTICA DESDE UNA PERSPECTIVA CONSTRUCTIVISTA^I

MARÍA MERCEDES AYALA
LUZ DARY RODRÍGUEZ
ÁNGEL ROMERO
Departamento de Física
Universidad Pedagógica Nacional

Santafé de Bogotá

RESUMEN

En el presente trabajo se describen y caracterizan las perspectivas que originan los principios que según Lagrange rigen la estática: el de las palancas, el de la composición de fuerzas y el de velocidades virtuales. Se esbozan además posibles actividades para desarrollar estas perspectivas y conceptos involucrados. Se busca con ello aportar elementos para una enseñanza de las ciencias desde una perspectiva constructivista.

ayalam49@gmail.com ; aeromero@ayura.udea.edu.co

INTRODUCCIÓN

Las tendencias constructivistas en la enseñanza de las ciencias exigen del maestro un manejo de diversas perspectivas de explicación en torno a un problema o un fenómeno dado. Cada perspectiva plantea sus propias preguntas y genera los conceptos que le son pertinentes.

En el caso de la estática, por ejemplo, es posible determinar formas de abordar esta problemática que difieren de la única que se presenta tradicionalmente, basada en la composición de fuerzas y en los momentos de fuerzas. En la "Mécanique Analytique", Lagrange presenta un breve desarrollo histórico de los tres principios que en ese momento rige la Estática: el de las palancas, el de composición

de fuerzas y el de velocidades virtuales. En el artículo se describen y caracterizan las perspectivas que originan estos principios y se esbozan además posibles actividades para desarrollar estas perspectivas y conceptos involucrados.

SOBRE LOS ORÍGENES DE LOS PRINCIPIOS DE LA ESTÁTICA

La génesis de la rama de la Física llamada Estática puede considerarse que hunde sus raíces en el análisis de las posibles acciones que pueden ejercer los cuerpos debido a su peso (presiones, tensiones, etc.); donde éste se considera como inherente a los cuerpos mismos. El peso es, pues, la fuente de toda fuerza ejercida por los cuerpos; pudiéndose hablar, así, del poder del peso. El equilibrio, entre tanto, es asumido como ausencia de movimiento, y se opone, por ende, a éste: desequilibrio significa movimiento.

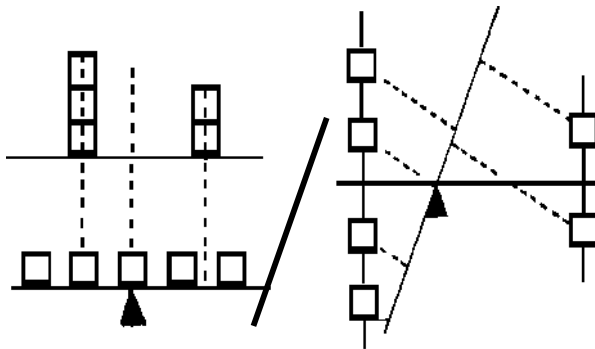


Figura 3. El equilibrio en las palancas: a) según Arquímedes, b) según Huygens.

El examen de la acción vertical del peso permite el desarrollo de dos perspectivas más o menos bien diferenciadas: una, -que incluye trabajos como el de

Arquímedes y, en parte, de Huygens sobre las palancas- mira las situaciones de equilibrio como independientes del movimiento; la otra, que origina la primera formulación del principio de velocidades virtuales, lo hace teniendo en cuenta el posible movimiento de los cuerpos. Por otro lado, el examen del poder del peso en diferentes direcciones da origen a la tercera perspectiva: la composición de fuerzas.

Con el trabajo realizado por Stevin se comienza a generar la posibilidad de independizar la fuerza del peso y de que ésta adquiera identidad como acción en sí misma. La nueva identidad adquirida por la fuerza posibilita la reformulación tanto del principio de las palancas como del de las velocidades virtuales. En lo que sigue se expondrá de manera sucinta el desarrollo histórico de estos tres principios, destacando momentos importantes en su proceso de construcción y reformulación.

SOBRE EL PRINCIPIO DE LAS PALANCAS

Para la perspectiva arquimedea la acción del peso como tal -fuera de ser vertical- no es relevante; el equilibrio se reduce a la simetría geométrica especular de las disposiciones de los pesos, en el sentido de que el equilibrio sólo es evidente para distribuciones espaciales de peso con esta simetría: magnitudes de pesos iguales a distancias iguales (del punto de equilibrio) están en equilibrio. El punto

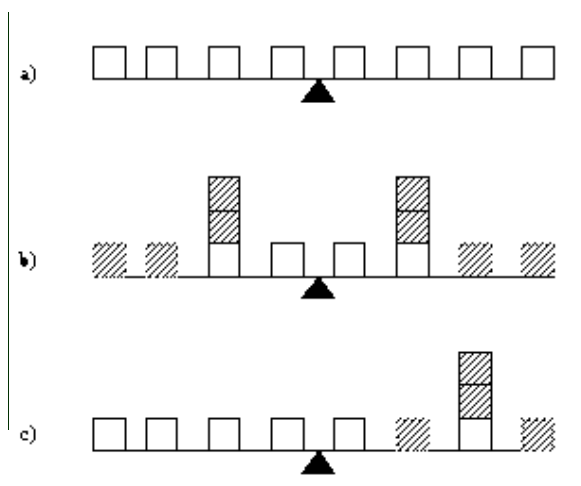


Figura 2. a) Distribución homogénea de pesos. Alterar la disposición de los pesos sin afectar el equilibrio, si el cambio: b) se puede efectuar a ambos lados del punto de apoyo c) se restringe a un solo lado; d) es tal que el número de bloques a cada lado no es el mismo.

de simetría juega, entonces, un papel crucial: es el punto de equilibrio; y mientras las distancias de pesos iguales a este punto sean iguales, así varíen los valores de la distancia, éste no cambia; y como sigue siendo el mismo cuando, en especial, las distancias se anulan, es también el punto donde se puede considerar concentrado todo el peso. Esta invarianza del punto del equilibrio es precisamente la base de constitución del concepto de centro de gravedad. Podría afirmarse que la Estática Arquimediana es una teoría sobre el centro de gravedad.

Lo anterior explica, de una parte, por qué Arquímedes requiere transformar la disposición inicial de los pesos en una simétrica equivalente para encontrar la condición de equilibrio de dos pesos desiguales ubicados en una balanza y, de otra, en qué

criterio radica la certeza sobre la equivalencia de las dos disposiciones. A grandes rasgos el procedimiento seguido por Arquímedes al respecto es el siguiente. Basado en la idea de commensurabilidad de los pesos, los divide en partes iguales, las cuales coloca a las mismas distancias entre sí sobre la balanza sin alterar la situación de equilibrio, obteniendo una distribución homogénea. Debido a la simetría de la disposición encuentra el punto de equilibrio en el centro de tal arreglo. Pero para no alterar la situación de equilibrio al hacer un cambio en la disposición de las partes de un peso, es decir, para asegurar que la disposición inicial sea equivalente con la final, coloca las partes de modo que mantengan su simetría respecto al lugar donde inicialmente estaban (figura 1a).² La condición de equivalencia podría enunciarse, entonces, de la siguiente forma: si los centros de gravedad parciales se conservan ante un cambio en la disposición de las partes de los pesos que están en equilibrio, la disposición así obtenida es equivalente a la inicial. Una vez determinado el centro de gravedad del sistema de pesos, establece la conocida ley para el equilibrio: si en una palanca recta se carga de dos pesos cualesquiera, colocados a uno y otro lado del punto de apoyo a distancias que son inversamente proporcionales a los mismos pesos, la palanca estará en equilibrio.

El enfoque arquimedeano del equilibrio permite un trabajo pedagógico muy enriquecedor. La alteración, sin afectar el equilibrio, de una distribución homogénea de bloques idénticos sobre una regla que

puede girar libremente sobre un punto de apoyo, le plantea un problema al estudiante que le permite explorar las condiciones de equilibrio de los cuerpos y elaborar, entre otros, el concepto de centro de gravedad. A grandes rasgos, se pueden considerar tres casos (figura 2): en el primero, la alteración de la disposición se puede efectuar a ambos lados de la regla; en el segundo, se restringe a un solo lado; y en el tercero, se pide que el número de bloques a cada lado no sea el mismo.

Huygens retoma el problema de equilibrio, partiendo

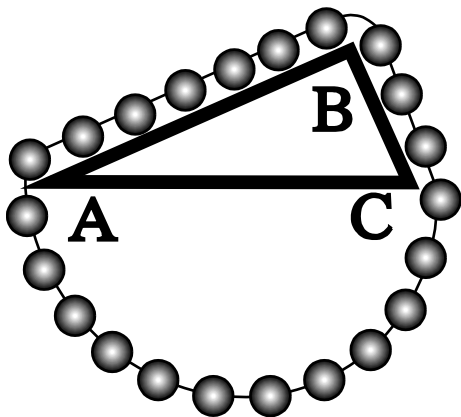


Figura 4. El equilibrio en planos inclinados. Eslabones esféricos de pesos iguales. El poder del peso en AB igual al poder del peso en BC

de la consideración de que las acciones de los pesos dependen de la distancia al eje de equilibrio. Por ello, para encontrar la ley que regula el equilibrio, hace una distribución homogénea del peso, pero, colocada transversalmente sobre la palanca horizontal; asegurando la misma acción para los pesos intervinientes (ver figura 1b). De esta forma, Huygens no se limita a considerar el equilibrio lineal

sino que lo extiende al plano; determina para ellos dos ejes de equilibrio, cuya intersección determina el centro de gravedad del plano. El eje oblicuo es tal que la suma de distancias individuales a uno y otro lado de él, es la misma (ver figura 1b).

En el estudio que hace Huygens de la palanca angular muestra que ésta cumple la misma ley de la palanca recta, pero en este caso se considera que la acción del peso no se manifiesta sólo verticalmente sino, también, en otras direcciones; teniéndose en cuenta para el equilibrio la acción que es perpendicular al brazo de la palanca. Estos análisis desembocan en el planteamiento del concepto de momento de fuerza y aporta elementos para la línea de descomposición de fuerzas.

SOBRE EL PRINCIPIO DE DESCOMPOSICIÓN DE FUERZAS

El plano inclinado permite evidenciar las direcciones en las cuales el peso puede ejercer su acción. Stevin en su estudio de los planos inclinados se propone encontrar la porción del peso por la cual un cuerpo sobre el plano inclinado tiende hacia abajo. Se basa para ello, en una primera instancia, en consideraciones sobre el equilibrio de los triángulos: triángulos ubicados en un plano vertical para los cuales uno de sus lados reposa horizontalmente permanecerá en equilibrio, siempre y cuando los ángulos interiores adyacentes al mismo sean menores de noventa grados (a lo más uno ellos puede ser igual

a 90 grados). Luego, si la disposición de los pesos en los lados del triángulo mantiene las condiciones del equilibrio del triángulo, es decir, si los pesos son

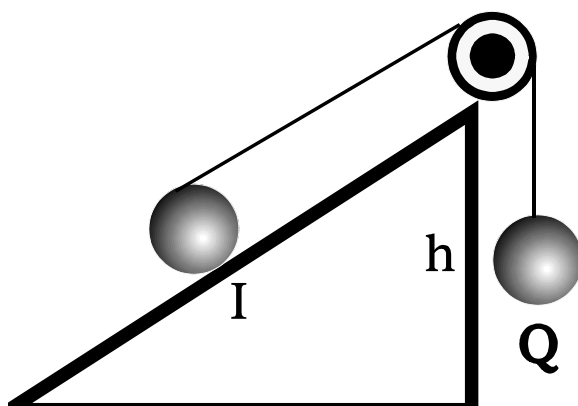


Figura 5. Equilibrio en el plano inclinado según Galileo.

proporcionales a los lados (no horizontales) del triángulo estarán en equilibrio. Es así como Stevin, mediante un arreglo homogéneo de cuerpos que reposan sobre dos lados de un triángulo ubicado en un plano vertical y cuya base coincide con la horizontal (figura 3), demuestra, basándose en la imposibilidad de un móvil perpetuo, que en equilibrio los pesos deben estar en la misma proporción que las longitudes de los lados sobre los cuales reposan (longitudes de los planos). Igualmente, demuestra que los poderes de pesos iguales ubicados en dos lados del triángulo, que ha sido dispuesto en la forma señalada anteriormente, están en proporción inversa a los lados que los sostienen.³

Inspirados en este enfoque de Stevin es posible plantear ejercicios como el siguiente, que le permiten al estudiante explorar las condiciones de equilibrio

de un cuerpo en un plano inclinado: sin afectar el equilibrio, modificar los ángulos de inclinación de dos planos sobre los que reposan sendos cuerpos unidos mediante una cuerda.

Stevin encuentra, además, que si dos cuerpos unidos por medio de una cuerda reposan en equilibrio sobre sendos planos inclinados, la porción del peso por la cual un cuerpo tiende a descender a lo largo de un plano inclinado corresponde a la tensión de la cuerda; si uno de los planos es vertical, tal valor será equivalente al peso del cuerpo en ese plano. Pero, Stevin va más allá; muestra que no es necesario que el cuerpo se apoye directamente sobre el plano, se

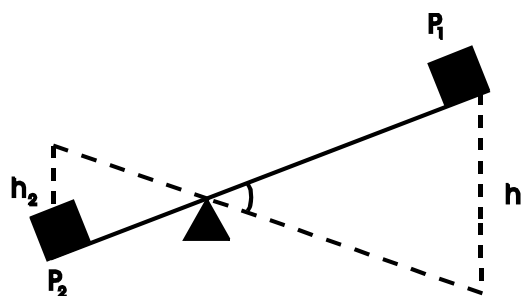


Figura 6. El equilibrio en la balanza desde la perspectiva de las velocidades virtuales.

puede concebir una cuerda normal a tal plano produciendo una fuerza "elevadora", que sustituye la función de apoyo que ofrece el plano; de esta forma, representa el peso del cuerpo sobre un plano inclinado como compensado por dos fuerzas, una perpendicular y otra paralela al plano.

De esta manera, con el trabajo de Stevin se inicia la eliminación del privilegio del peso como fuente de toda fuerza, al plantear la existencia de fuerzas

exteriores al cuerpo, como las tensiones de la cuerda, en este caso. Esta línea de análisis conlleva al desarrollo del concepto de composición de fuerza que se concreta en la obra de Newton.

SOBRE EL PRINCIPIO DE VELOCIDADES VIRTUALES

En el esfuerzo realizado para levantar un cuerpo se puede encontrar la génesis del principio de las velocidades virtuales; y en la suposición de un movimiento posible del cuerpo en la dirección de acción del peso, su característica diferenciadora. El esfuerzo realizado es precisamente la medida de la acción vertical del peso. Es así como puede entenderse que levantar un cuerpo de n unidades de peso una altura de l unidad debe ser equivalente a levantar una unidad de peso n unidades de altura. Ya en la Edad Media Jordanus de Sajonia lo mencionaba, y, en el siglo XVII, Descartes y Pascal lo consideraban como el principio general que regía el funcionamiento de todas las máquinas mecánicas⁴

Pero, examinemos como es posible que esta idea pueda explicar las diferentes situaciones de equilibrio de los cuerpos y, de esta manera, el funcionamiento de todas las máquinas mecánicas. Para poder hacer uso de esta idea en el equilibrio, es necesario pensar que la acción del peso de un cuerpo levanta al otro. Se requiere, entonces, pensar en un cuerpo como activo, y el otro como resistente -el cuerpo activo es el que se piensa que desciende y el resistente, el

que, se supone, es elevado- y que la acción del peso actuante y la resistencia del peso resistente son iguales en una situación de equilibrio. Así, si dos cuerpos de pesos P_1 y P_2 se encuentran en equilibrio en una balanza y se supone que P_1 levanta a P_2 , entonces: $P_1 : P_2 :: h_1 : h_2$, donde h_1 es la altura de descenso del peso actuante y h_2 la altura de ascenso del peso resistente. Una expresión idéntica se obtendría si se supone la situación inversa: P_2 el peso activo y P_1 el resistente (figura 4).

La misma regla es aplicable a poleas, planos inclinados, la rueda y, en general a todas las máquinas simples. En el estudio que hace sobre el equilibrio de los cuerpos en poleas, Stevin, desde consideraciones diferentes (teniendo en cuenta el peso que soporta cada cuerda), llega a la conclusión de que si se le imparten desplazamientos a los pesos que cuelgan en equilibrio en un arreglo de poleas (polipastos), la relación entre la altura de descenso del cuerpo actuante y la de ascenso del resistente están en proporción inversa a los pesos respectivos.⁵ Pero es Galileo, quien reconociendo la validez del principio, lo aplica al caso más general del plano inclinado. Entiende que el equilibrio no está definido únicamente por el peso sino también por el alejamiento o acercamiento al centro de la tierra. El planteamiento galileano grosso modo es el siguiente: en un plano inclinado de longitud l y altura h reposa (en equilibrio) un cuerpo de peso P , atado por medio de un hilo a otro de peso Q que cuelga verticalmente; si se supone que el peso P asciende a lo largo del plano, recorriendo la longitud l ,

entonces su resistencia no es debida al recorrido l sino únicamente a la altura h que ha escalado (el peso es indiferente a un movimiento horizontal, no presenta propensión o rechazo), mientras que la acción del peso Q es debida al descenso de una altura igual a l (nótese que la relación entre las alturas de ascenso y descenso es siempre la misma, sin importar que tan grande o pequeño sea el movimiento). Por lo tanto, en equilibrio "los momentos, las velocidades o tendencias al movimiento, es decir los espacios que recorrerían en el mismo tiempo, deberían estar en relación inversa a sus gravedades (pesos)"⁶; en consecuencia, será suficiente para impedir la caída de P que Q sea tanto menos pesado con relación a P como el espacio h es a l (figura 5).

La generalidad del principio de desplazamientos o velocidades virtuales, fue captada por Johann Bernoulli, quien así lo manifiesta en carta a Varignon

en 1717. Para ese entonces la fuerza se había independizado del peso, adquiriendo identidad. A grandes rasgos, el planeamiento de Bernoulli era el siguiente: sea P un punto en el sistema de fuerzas que está en equilibrio y F una de estas fuerzas; impartamos a P un desplazamiento s y sea x la proyección de s en la dirección de la fuerza (es positiva si cae en la misma dirección de la fuerza y negativa si lo hace en sentido opuesto); el producto $F \cdot x$ -que denomina Bernoulli **energía**- puede ser, entonces, positivo o negativo; en las situaciones de equilibrio de fuerzas "la suma de todas las energías positivas será igual a la suma de todas las energías negativas, tomadas como positivas".⁷

El principio de los desplazamientos o velocidades virtuales fue desarrollado y extendido al análisis del movimiento por D'Alambert y Lagrange.

NOTAS Y REFERENCIAS

1. Trabajo presentado en el XIV Congreso Nacional de Física. Barranquilla, 1991.
2. Véase, por ejemplo: **H. MANCHOLA y M. M. AYALA**. El equilibrio en la mecánica: un análisis histórico crítico. Fis. Cul., Vol. I No. I, 1989.
3. Véase: **W. P. MAGIE**. A Source Book in Physics. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1969, págs 22-27.
4. Véase **H. MANCHOLA y M.M. AYALA**, Op. Cit.
5. **E. MACH**. The Science of Mechanics. The Open Court Publishing Company, Illinois, 1960, pág 61-62.
6. Tomado de: **A. KOYRE**. Estudios Galileanos. Siglo XXI Editores, España, 1981, págs. 243-244

7.Véase: **B. LINDSAY**. Energy: an historical development of the concept. Downen, Hutchinson & Ross, Inc., Pensilvania, 1975, págs. 133-134